8

NUOVO

METODO DI DIVIDERE

GL' ISTRUMENTI DI MATEMATICA

SAGGIO

DEL SIG. TITO GONNELLA

DI FIRENZE

ESTRATTO

DAL VOLUME DELLE MEMORIE

DI SCIENZE MATEMATICHE E FISICHE

DELL'IMP. E R. ACCADEMIA PISTOJESE

PER L'ANNO 1816.

PISTOJA

1816

Per Gherardo Bracali Stamp. Vesc.

Nuovo metodo
di dividere gl'Istrumenti di Matematica.

SAGGIO

DEL SIG. TITO GONNELLA
di Firenze

(Presentato il 10. Luglio 1816.)

L'arte di dividere gl'Istrumenti di Matematica, imperfetta ai tempi di Tyco Brahe, e d'Evelio, non ha acquistata una sufficiente esattezza prima dell'anno 1725. (a) In tale epoca il celebre Graham costruì, e divise un nuovo Quadrante Murale con un metodo che perfezionato in seguito da Sissou, e da Bird (b), fu reso pubblico in Inghilterra nel 1767 a spese dell'Ufizio delle Longitudini. Con questo metodo si eseguisce la divisione del Quadrante per mezzo di sei compassi a verga, che sono formati di un'asta, lungo la quale possono scorrere, e fermarsi ad una distanza qualunque due punte coniche d'acciajo. Si prendono con i medesimi le corde degli archi di 60 gradi, di 42° 40', di

(a) Transazioni Filosofiche. Londra 1786

(b) Bird Giovanni Metodo di dividere gl'Istrumenti astronomici Londra 1767. — Adams Descrizione d'Istrumenti matematici. Londra 1791.

30°, di 10° 20', di 4° 40', e di 15° mediante una scala di pollici munita di Nonio, e di microscopio, e si riportano sopra il Quadrante, che rimane diviso per mezzo di esse, e di successive bisezioni d'archi. Per ottenere con maggiore esattezza queste bisezioni, descriveva il Graham, con un compasso, due piccoli archi vicinissimi, e segnava a occhio un punto nella metà della loro distanza, con il soccorso d'un microscopio. Per quanto fosse incerto il sistema, pure fu giudicato il più proprio a diminuire i difetti provenienti dall'uso dei compassi, essendo provato dall' esperienza che la minima ineguaglianza sul lembo del Quadrante, o un poro piccolissimo della materia può deviarne le punte, e produrre errori nella divisione. Fissati tutti i punti sarebbe stato necessario per segnare le divisioni di condurre dai medesimi al centro del Quadrante altrettante linee rette, o raggi, ma riuscendo sommamente difficile in pratica di adattare la riga, e d'incidere i segni lungo la medesima, poichè il ferro è spinto da ogni difetto del sottoposto metallo fuori del suo corso, vi erano sostituiti dei piccolissimi archi di cerchio descritti in modo da potersi considerare come normali alla circonferenza del Quadrante.

Questo metodo peraltro non va esente da gravi imperfezioni per quanto usato con moltissime diligenze. Infatti si sono trovate inesatte

le divisioni così eseguite anche dei migliori Istrumenti, osservandosi che nel Quadrante dell'istesso Bird a Oxford, perfino l'arco totale di 90° contiene alcuni secondi di più del giusto (*Hist. des Mathém. par Montuclo, et Lalande T. IV. p.* 338.), ed a Greenwich in quello di Graham del gran raggio di 8 piedi, in tutte le divisioni non si può esser sicuri d'uno *spostamento* di 5 in 6 secondi. (*Enciclop. Quart de Cercle.*) (a)

Un'altro metodo immaginato dal Duca di Chaulnes fu pubblicato nel 1768. Vuolsi con questo graduare primieramente una piattaforma, o gran cerchio, sopra il quale possono quindi dividersi tutti gli altri Istrumenti. A tale oggetto si attacchino per mezzo di un poco di cera sulla circonferenza della piattaforma in punti che sembrino a occhio diametralmente opposti, due piccoli pezzetti di metallo, su cui siano impresse due sottilissime divisioni. Dirimpetto a ciascuna di queste si applichi un Micro-

(a) Il Sig. Passement proponeva di fermare sul lembo dei Quadranti una quantità di viti sopra le quali cadessero le divisioni eseguite secondo il metodo esposto. Quindi insegnava a correggerne gli *spostamenti*, girando le viti sulle quali erano segnate le divisioni, e facendole cangiare così di situazione. (Machin. approuvées par l'Acad. Royale des Sciences de Paris T. VII.) Questo compenso non sembra tanto semplice da essere messo in uso con qualche vantaggio, e specialmente in divisioni minute.

scopio a fili incrociati, talchè ogni divisione corrisponda all'incrociatura; muovasi la piattaforma in modo che le divisioni caugino reciprocamente di Microscopio. Se variate così di posizione, corrispondono ancora esattamente all'incrociatura dei fili, esse erano in una situazione diametralmente opposta. In caso diverso convien per mezzo di ripetuti tentativi ridurle alla corrispondenza. Ottenuto ciò, la circonferenza è divisa in due archi di 180 gradi. Nell'istessa guisa si situano, e quindi s'incidono tutte le altre divisioni, usando sempre al solito i Microscopj, e trasportando le medesime dall'uno all'altro col muovere la piattaforma.

Questa macchina è forse la migliore che si conosca ai per i principj sui quali ne è fondata la costruzione, che per gli artifizj particolari impiegati nel ridurli alla pratica. ma la necessità di soddisfare a molte condizioni, e di usare le opportune cautele onde prevenire gli errori, l'ha resa non poco complicata.

Più semplice è la Macchina del celebre Ramsden, la descrizione della quale fu pubblicata in Londra nel 1787 per ordine dell' Ufizio delle longitudini. Consiste in una Piattaforma di 45 pollici inglesi di diametro, convertibile intorno al suo centro, mentre un ferro fisso segna le divisioni sull' Istrumento da graduarsi, che è fermato stabilmente sulla medesima. Porta questa nella circonferenza 2160 denti, nei

quali ingrana una vite perpetua. Sei rivoluzioni di questa fanno percorrere un grado alla Ruota: una sessantesima parte di rivoluzione atimata per mezzo di un cerchio graduato annesso alla vite, fa percorrere 10 secondi. Costruita primieramente la vite, fu ridotta la circonferenza della ruota a contenere precisamente i 2160 denti, consumandola a poco a poco mediante l'applicazione d'altra egual vite tagliente. Si può vedere nella descrizione indicata la disposizione mirabile dei molti pezzi che costituiscono questa gran macchina, nella quale il solo inconveniente che può forse rilevarsi è la difficoltà d'eseguirla. L'istesso Autore vi ha impiegati dieci anni, e Dollond il Figlio che avea intrapreso a farne una simile con l'ajuto dei migliori lavoranti di Ramsden fu obbligato a rinunziarvi. Il metodo poi di misurare dei piccolissimi movimenti mediante una vite e da credersi il più pronto, ma non il più esatto. Sono noti i difetti inevitabili nella costruzione delle viti, la cui spira non riesce da per tutto uniformemente inclinata sul Cilindro, e i di cui passi non sono tutti eguali; oltre di che la difficoltà di adattarle ne rende sempre incerta la riuscita. Il celebre Reichembach nei suoi Cerchj Repetitori, che sono senza questione gl'Istrumenti i più esatti finora usciti dalla mano degli Uomini, ha soppresso totalmente fino il Micrometro a vite col quale per l'innanzi solleva-

no misurarsi i piccoli archi che non si potevano leggere col Nonio. Egli vi supplisce mediante una divisione estremamente minuta, in cui le distanze sono assai più piccole della larghezza dei pani di qualunque vite micrometrica. Ognun vede, per le ragioni esposte, qual maggiore esattezza debba ottenersi da divisioni eguali sul lembo di un Cerchio, che dai pani d' una vite non minori delle divisioni medesime.

Un metodo del Sig. Troughton, che è stato presentato alla Società Reale di Londra, e accennato nel Vol. 41 della Bibliot. Britannica (*anno* 1809.) con la breve spiegazione seguente:

... » Son procédé consiste principalement « à dresser une table des erreurs et à corriger d' « après elles les points provisoirement tracés sur le « Cercle à diviser, avant l' application de son « instrument pour l' exécution de la division el- « le-même. On ne peut sans l' aide des figures « qui deploient tout le secret, auquel l' Auteur « a dû sa superiorité reconnue dans la fabrica- « tion des instruments ec. entreprendre de don- « ner une idée juste de ses procedés . . . . . . « . . . L' un des procedés adoptées par cet Arti- « ste est l' usage d' un rouleau, dont le diame- « tre est un seizieme de celui du Cercle à diviser.»

L' estesa esposizione del metodo e (*Bibl. Brit V.* 43. 1810 *pag* 287.) nelle Transazioni Filosofiche per il 1809, che mancano finora in Toscana.

Nel volume 59 della Biblioteca suddetta

per l'anno 1815 trovasi la descrizione d'una Piattaforma costruita a Berna dal Sig. Schenk, secondo i principj del Duca di Chaulnes, alquanto modificati. Ha quattro piedi, e mezzo di diametro. Il Sig. Schenk ha riconosciuto che l'ineguaglianza, e incertezza della luce del giorno, per quanto in luogo benissimo illuminato, produce errori per la difficoltà d'illuminare convenientemente le divisioni che in quel metodo si osservano col microscopio, ed ha immaginato di sostituire la luce d'una lucerna a quella del giorno.

Sarebbe desiderabile per l'avanzamento delle arti, e per assicurare un inestimabile tesoro all'Astronomia, di aggiungere ai metodi principali finora indicati, quello con cui l'incomparabile Reichembach di Monaco divide i suoi Circoli repetitori con precisione non ottenuta avanti di lui; ma essendo il suo metodo incognito, si possono soltanto presentare dei resultati, i quali ne comprovano l'esattezza. È noto bensì che i principj sui quali è fondato, sono nuovi, e diversi da quelli di Ramsden. Il chiarissimo Sig. Baron de Zach nella memoria « *sur le Degré du meridien mesuré en Piemont* « *par le P. Beccaria* » dopo la descrizione di un Circolo repetitore di 12 pollici di diametro prosegue .... « Mais ce qui merite d'être admiré « le plus, est que les quatre verniers (a) placés d'

(a) Gl'Istrumenti Repetitori di Reichembach

« une maniere quelconque n' indiquent aucune « excentricité lorsque l' instrument a partout « la même temperature, ce dont il est facile de « se convaincre, en plaçant les verniers sur di- « vers points du limbe, et en les lisant tous les « quatre. L'on ne trouvera jamais plus de 2'' de « difference, ce que l' on peut tout aussi bien « attribuer à la difference de l'eclairage, et des « lectures de ces verniers qu' à l' expansion du « limbe

« Cette admirable precision est due d'abord « à une nouvelle machine à diviser de l'inven- « tion de M. Reichenbach, construite sur des « nouveaux principes totalement differens de « ceux de la célébre machine de l'Artiste Anglais « M. Ramsden. »

Ma l'esattezza mirabile della divisione sparisce soprattutto nel rendere quasi inutile il metodo di ripetere gli angoli. (*V. Zach, Considerations sur les Cercles repet. adressées aux redacteurs de la Bibliothèque Britanniq.* 1812.)

« On pourra nous objecter, et on nous ob- « jectera peut être que dans une matiere aussi « delicate, quelques centaines d'observations « ne suffisent pas pour établir avec la dernière « certitude un résultat aussi petit que celui de « deux, ou trois secondes, que nous venons de

portano nel Circolo interno 4. Noni, o *Verniers* per leggere l' angolo in 4 posti, e conoscerlo così con maggior sicurezza.

« trouver avec nos Cercles ; surtout lorsqu'on « est dans la persuasion qu'il faut pour cela des « observations par milliers. À cela je reponds « qu'on n'a pas besoin d'observations par milliers avec les Cercles de M. Reichenbach pour « arriver, je ne dis pas à la verité, mais à la « permanence d'un resultat . . . . . . Cependant « pour faire voir que cent observations faites « au même Cercle de Reichenbach donnent le « même resultat que sept cent observations,nous « plaçerons içi 688 observations de latitude que « j'ai obtenues avec mon Cercle de 12 pouces à « St. Peyre, à une Maison de Campagne pres « Marseille.

Latitudes de St. Peyre, près Marseille.

1. Passage inferieur de la Polaire en Eté			
1810.	Latit. observées	Nomb. d'observ.	Therm. Réau
Mai 2	43° 17′ 37″,85	30	+ 10,50
12	37,72	60	+ 13,87
17	37,75	90	+ 14,10
25	37,74	120	+ 14,25
31	37,90	150	+ 15,17
Juin 4	37,62	180	+ 14,25
8	37,64	210	+ 15,60

Altre tre tavole d' osservazioni, simili per esattezza alla presente, comprovano quanto dal celebre Sig Zach e stato asserito.

Potrebbe pure riportarsi un confronto di osservazioni fatte a Milano con questo Circolo ed un murale di Ramsden di 8 piedi, da cui resulta esser la massima differenza di 7″ nel quadrante, mentre nel Circolo non giunge che ad 1″,7.

In una seconda lettera del medesimo Sig. Zach si trovano molti prospetti d' osservazioni esattissime, fra i quali uno ove l' angolo e gia pervenuto al suo stato di permanenza fino dalla sesta repetizione, ed altro lunghissimo nel quale si ha l' istesso resultato da 358 che da 10 repetizioni.

Nuovo metodo di dividere.

Quando anche fosse ignoto che il Sig. Reichembach ha un metodo suo particolare per dividere i Circoli, sarebbe facile il persuadersi che la sorprendente esattezza dell' osservazioni istituite co' medesimi, non può essere il resultato delle divisioni fatte con alcuna delle macchine finora descritte. Dipende in queste l' esattezza della divisione da un numero troppo grande di pezzi, i cui inevitabili errori di costruzione saranno altrettante sorgenti d' errori nella divisione medesima. La perfezione assoluta di qualunque Istrumento è un limite al quale è solo permesso di avvicinarsi più o meno, per mezzo dell' accurata esecuzione di ciascuna delle parti che lo compongono; dal diminuire dun-

que il numero di queste, e renderne più semplice la collegazione, dipende l'appressarsi al limite fino a quel punto oltre il quale non è dato all' industria degli uomini di penetrare.

Ma per diminuire con vantaggio il numero delle parti componenti una macchina, bisognerà prendere immediatamente di mira una sola condizione, e la più rigorosa, a cui dovrebbe soddisfare essenzialmente la medesima per esser perfetta, e farla dipendere meno che sia possibile da una serie di condizioni intermedie, a ciascuna delle quali non potendosi soddisfare che approssimatamente, non può risultarne che minor precisione per l' ultima (a). Ora la più rigorosa condizione cui deve soddisfare un Circolo

(a) Così il Sig. Reichembach, abbandonati i metodi ordinarj di lavorare gli objettivi, ha riassunto, e perfezionato quello d' Antonio Mancini (*Trans. Filosof. V. 3. anno* 1668.) che consiste in lavorare sopra un cuscinetto fisso, il vetro attaccato all' estremità d' un' asta, che è mobile intorno ad un centro, e rappresenta il raggio di curvatura dell' Objettivo.

In questa guisa soddisfacendosi immediatamente all' essenziale condizione che determina la sfericità d' una superficie, quale è quella di essere in perpetuo contatto coi punti fissi del cuscinetto, mentre viene mossa intorno al proprio centro, si ottengono objettivi perfettamente sferici, e liberi dagli errori che erano introdotti dalle tante operazioni, o condizioni dei metodi antichi. Si doveva in questi ottenere la perfetta curvatura degli objet-

se sia diviso in archi esattamente eguali, è la verificazione dei medesimi, mediante la repetizioni d' un angolo, che le visuali di due oggetti distinti fanno nel centro del Cerchio suddetto: Ed è certo che in confronto di questa e meno precisa, e da non usarsi per quanto è possibile, qualunque altra condizione intermedia che conducesse all' eguaglianza degli archi, quale sarebbe l' uso di Compassi, o di Viti, o di troppo complicati artifizj meccanici.

Difatti in primo luogo, le repetizioni d'un angolo, che dovrebbe essere una data frazione della circonferenza, moltiplicano, e rendono sensibile quel piccolo errore che può contenere e che sfuggirebbe alla delicatezza di qualunque macchina.

Secondariamente l'istesso errore, o impercettibile spostamento dal luogo vero dei segni incisi nello strumento è aumentato pure nell' osservazioni d' oggetti situati a grandi distanze, giacchè corrisponde a un'estensione proporzionalmente maggiore.

E se poughiamo si nel primo caso che nel

tivi, costruendo primieramente degli archi circolari destinati a curvare sfericamente forme di metallo convesse, e concave, quindi approssimando le medesime a un preciso contatto, ed in fine formando in esse l' obiettivo, che era necessario portare regolarmente su tutte le parti d' una forma con uniforme pressione.

secondo, che anche gli errori moltiplicati sieno per la tenue grandezza insensibili, è chiaro che molto più lo saranno gli errori semplici,che ciascuno areo può contenere.

Non è noto che siasi mai usato di dividere mediante l' angolo che le visuali di due oggetti distanti fanno nel centro d' un Istrumento. Forse l' apparente difficoltà di conoscere il valore di questo angolo, per il che sembrava necessario un Istrumento già graduato onde giungere alla divisione del proposto, o una misura delle tangenti degli archi sopra una linea lontana (operazione approssimativa, e difficoltosa), ha impedito di adottare un tal metodo. Ma la non mai abbastanza ammirata invenzione del Circolo Repetitore pubblicata da Tobia Mayer nel 1752 apre la via a prevalerasene con la più gran facilità.

La repetizione d' un angolo secondo il metodo di Mayer, distrugge senza limite gli errori che possono essere nella divisione comunque esatta del Cerchio col quale si osserva, talchè non dipende che dalle molte repetizioni, l'avere la misura dell' angolo cercato, con la precisione che si desidera. Segue da ciò che il suo metodo è affatto indipendente dagli errori della divisione, e dalla divisione medesima; vale a dire che dee potersi misurare qualunque angolo con un Circolo non graduato. Vediamo donde dipenda questa proprietà del metodo, la

quale è il fondamento della sua precisione.

Sia C la circonferenza, A l'angolo cercato, il quale ponghiamo che ripetuto p volte, superi la circonferenza d'un arco $\alpha < A$. Avremo $pA = C + \alpha$, ove per la mancanza di graduazione del Cerchio, non è d'incognito nel secondo membro dell'equazione che l'arco α.

Ma questo arco incognito α può rendersi piccolo oltre ogni limite. Infatti continuando le repetizioni, facciamone $2p, 3p \ldots Kp$, onde resulti

$$2pA = 2C + 2\alpha$$
$$3pA = 3C + 3\alpha$$
$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot$$
$$KpA = KC + K\alpha$$

e consideriamo l'equazione nella quale s'incontra il primo resto $K\alpha > A$; ciò si conoscerà facilmente sul Circolo, giacchè allora per la prima volta, anche con una repetizione di meno dell'angolo A, cioè nell'equazione $KpA - A = KC + K\alpha - A = KC + \alpha'$, si vedranno superate le circonferenze KC, da un resto positivo α'.

Avremo pertanto da $Kp - 1$ repetizioni, l'equazione $(Kp - 1)A = KC + \alpha'$ simile alla prima, ma nella quale l'arco incognito α' è minore di α: Per dimostrarlo si osservi che essendo per ipotesi $K\alpha$ il più piccolo multiplo di α che superi l'Angolo A, sarà questo angolo compreso fra le quantità $(K-1)\alpha$, e $K\alpha$, e perciò il residuo $\alpha' = K\alpha - A$, riuscirà minore di α. E facile ancora il vedere che α' è il primo resto che s'in-

contri minore di α, osservando i resti precedenti $2\alpha, 3\alpha \ldots (K-1)\alpha$, nessuno dei quali può diminuirsi, come $K\alpha$, per la sottrazione dell'angolo A.

Come dopo l' equazione $pA = C + \alpha$ si è ottenuta l' altra $(Kp-1)A = KC + \alpha'$, potrà da questa dedursi, con andamento analogo al precedente, una terza equazione ove sia $\alpha'' < \alpha'$, ed avere una serie decrescente d' archi $\alpha, \alpha', \alpha'' \ldots \alpha^{(n)}$, ed un'ultima equazione $PA = KC + \alpha^{(n)}$, nella quale potremo trascurare $\frac{\alpha^{(n)}}{P}$ commettendo un'errore piccolo a nostro arbitrio, poiche il coefficiente P và sempre aumentando, e così prendere l'angolo cercato $A = \frac{KC}{P}$.

Non conviene dunque riguardare la graduazione dei circoli repetitori come necessaria, ma soltanto come propria a risparmiare un numero troppo grande di repetizioni, facendo conoscere immediatamente l'arco α della prima equazione, o se si voglia quello α' della seconda ec.ec. Ma è ancora di più da osservarsi che per il caso particolare in cui l'angolo sia parte aliquota della circonferenza, abbiamo fino dalla prima equazione $\alpha = 0$, ed $A = \frac{C}{p}$ esattamente, e senza approssimazione. Ora gli angoli delle visuali necessarj per graduare un circolo, che si divide sempre in parti aliquote, appartengono precisamente a questo ultimo caso: potremo

dunque ottenere con somma esattezza, e facilità la divisione d'un cerchio nel modo seguente

Descrizione, e Divisione della Piattaforma

Siano due Circoli concentrici, contigui, situati in un medesimo piano orizzontale, quasi costituenti un sol cerchio, e mobili indipendentemente l'uno dall'altro intorno al loro centro comune. Il Circolo interno porti un Canocchiale situato sopra un asse orizzontale, che gira sopra due guancialetti come un Istrumento dei passaggi, e che si può rovesciare, e verificare come questi Istrumenti, mediante un livello che si aggancia all' asse. Può ottenersi con tali mezzi la perfetta *orizzontalità* del lembo dei Circoli, e la perfetta *verticalità* nel moto del Canocchiale (a)

(a) La costruzione della Colonna che serve a sostenere l'Istrumento, e dei pernj sui quali si volgono i Cerchj, è notissima essendo nei Teodoliti Repetitori di Reichembach.

Le parti essenziali di queste Macchine sono fatte a Tornio, vantaggio incalcolabile per la perfezione e facilità dei lavori. E' sì grande questo vantaggio che i Circoli interi di raggio mediocre sono più esatti dei Quadranti i più ampj, e Ramsden istesso dichiarò che bisognava rinunziare agli ultimi, e prescegliere i primi, per pervenire all' ultimo grado di precisione di cui l' osservazione è suscettibile, adducendo fra le principali ragioni, l'esattezza degli archi, e dei piani che può aversi unicamente sul tornio.

I Cerchi hanno un moto rapido, quando girano liberamente sui perni, e quindi un moto lento per mezzo di viti finissime, onde dirigere il Canocchiale con la più gran precisione agli oggetti. Queste viti ora rendono immobile il Cerchio esterno, ora uniscono stabilmente i Cerchj fra loro. Un Canocchiale inferiore fisso è destinato a mostrare l'immobilità della colonna che sostiene l'Istrumento.

Supponghiamo che sia invariabilmente connesso in un punto qualunque della circonferenza del Cerchio esterno, un ferro (a) proprio ad incidere le divisioni nella direzione del raggio e che mediante questo ferro si segni una divisione z sul Cerchio esterno, ed una o sull'interno, in maniera che esse coincidano. La perfetta coincidenza delle divisioni ora, e in appresso, si esamina esattamente con un microscopio portato da un'asta mobile intorno al centro. Si fissino in questo stato i due circoli insieme, e si diriga il canocchiale ad un punto lontano P. Ponghiamo, per dare un'esempio, che voglia dividersi primieramente il circolo interno in 4 archi di 90 gradi ciascuno. Conviene allora sciogliere i cerchj, e l'esterno restando immobile, volgere il canocchiale, con l'interno su cui è fisso, ad un'altro punto P' comunque elevato sull'orizzonte, in modo che il

(a) Ne sarà data in seguito la descrizione.

cerchio interno abbia fatto un moto angolare di circa 90°; talchè i punti z, e o parimente di quasi 90° siano fra loro distanti. Se allora essendo fermi i circoli insieme, si riporta nuovamente col moto di ambedue il canocchiale al primo punto P, potremo con operazione simile alla precedente, sciogliere di nuovo i cerchi, e ricondurre il canocchiale con l'interno cerchio al secondo punto P', in guisa tale che i punti z e o si allontaneranno del doppio dell'angolo osservato, che è scorso due volte sulla circonferenza, o di circa 180°. Si faccia percorrere con l'istesso metodo fin quattro volte quell'angolo, ed è chiaro che ove sia di 90° gradi precisi, i segni z e o coincideranno di nuovo. Se tal condizione non è adempita l'angolo è minore, o maggiore di 90°, talche mediante dei tentativi, osservando altri punti vicini a P' si giungerà a soddisfarvi (a). Mancando poi assolutamente i punti P, P', fissato il punto P, si situi espressamente un segnale in P'. (*Vedasi la Nota in fine, ove è indicato più estesamente come si debba collocare il segnale P', e come in altra maniera, possa evitarsi volendo anche la collocazione di qualunque segnale.*)

(a) Si dovrà per la massima esattezza fare 8, o 12 ec. repetizioni dell'angolo, ed esaminare la coincidenza dei segni quando sono scorse due a tre intere circonferenze, o anche un maggior numero, per conoscere con sicurezza la quantità dell'angolo. Ma il numero più vantaggioso non può dedursi che dall'esperienza sopra ciascuna macchina.

Trovati i punti P, P', e disposta tutta la macchina come in principio, il ferro caderebbe sulla prima divisione o del cerchio interno, che è stata già incisa. Sciolto dunque tal cerchio, si muova finchè il canocchiale sia diretto in P', ed allora s'incida la seconda divisione 90°. Si proceda, come è stato avanti indicato, a riportare sulla circonferenza l'angolo derivante dai due oggetti, finchè siano segnate le quattro divisioni esattissime o, 90°, 180°, 270° nel cerchio interno, che deve in seguito servire da piattaforma.

Pongbiamo adesso che ciascuno di questi archi voglia suddividersi in 6 parti, ognuna di 15°. Si troverà, col metodo già enunciato, e mediante un secondo segnale, un'angolo che ripetuto sei volte faccia percorrere all'unica divisione z del cerchio esterno tutto un'arco o . . . . 90°, ossia che ripetuto dodici volte faccia percorrere un'arco o . . . . 180°, e come sopra s'incideranno tutte le divisioni della piattaforma, di 15° in 15° nei quattro archi primitivi.

Si potrà col metodo istesso suddividere ogni arco di 15° in 5 parti di 3 gradi ciascuna. Quindi queste ultime di grado in grado; ed il grado in 2 parti di 30', ed i 30' in 6 parti di 5'.

Avremo così con facile, e sicura operazione una piattaforma esattissima divisa di 5' in 5', contenente cioè 4320 divisioni, mediante le

osservazioni di 6 soli angoli, ottenuti con i tentativi sopra accennati.

Divisa in tal modo la Piattaforma, e fissato concentrico ad essa, secondo il metodo di Ramsden, o di Schenk, qualunque Cerchio d' un diametro minore, potrà questo graduarsi senza l' ajuto del Canocchiale qualora non si voglia verificare alcuna delle principali divisioni col mezzo di segnali già situati.

Ponendo, difatti, il graffietto in un posto arbitrario, in maniera che incida bene stabilmente nella direzione di un raggio, e che sia connesso col Circolo esterno della Piattaforma, basterà portare l' unica divisione *z* di questo Circolo successivamente di faccia alle divisioni dell' interno, ed in ogni posizione ottenuta col moto lento, e col Microscopio si farà una divisione sul Cerchio da graduarsi. Ma per maggiore esattezza il Circolo esterno invece di una sola divisione avrà, per esempio, quattro divisioni *z*, distanti 90° l' una dall' altra, ottenute con il solito metodo quando fu divisa la Piattaforma col Canocchiale, e mediante altro ferro fermato allora sul cerchio interno. L' esatta coincidenza delle divisioni di questo ultimo con le quattro divisioni *z* nell' atto che si gradua un Istrumento, porterà ad una precisione ben superiore, e ad un giudizio più sicuro dell' Artista, di quello che se fosse adoprata l' unica divisione *z*.

Potrebbe costruirsi una piattaforma con minor numero di divisioni della precedente, e dalla quale non ostante si avessero i 5 minuti primi, qualora il circolo esterno in luogo di 4 segni, portasse 4 nonj adattati.

La posizione dei segni divisorj della piattaforma riesce tanto più esatta quanto più sensibili sono all'artista i piccoli movimenti di essa intorno al centro. Sembrerebbe quindi che per ottenere la massima esattezza dovessero riferirsi questi moti, col mezzo del canocchiale, a oggetti eccessivamente lontani. Ma un'oggetto eccessivamente lontano, e di grande estensione, non apparisce nel canocchiale sotto angolo maggiore che un'oggetto vicino di estensione proporzionalmente minore. Così può restare insensibile un'istesso piccolissimo movimento angolare del canocchiale medesimo per quanto si osservino a distanze sempre più grandi, oggetti di estensione maggiore. D'altronde nelle grandi distanze abbiamo condizioni peggiori per la chiarezza, e per altri rapporti. Dee dunque determinarsi con l'esperienza la massima lontananza di tenui oggetti cui dirigere un dato canocchiale in modo che ne resti sensibile il minimo movimento angolare. « J'ai des « angles (et il ne sont pas en petit nombre) « qui sont arrivés à la permanence après la troi« sième répetition lorsque les points de mire « étoient bien prononcés, et bien eclairés (Zach « let. cit. pag. 66.)

Quanto al ferro da incidere le divisioni (*tracelet*) potrà sceglìersi quello semplicissimo del Sig. Ramsden descritto nel suo metodo di sopra indicato.

Un telajo rettangolare è situato stabilmente fra il centro, e la circonferenza della piattaforma. Fra due viti a punta conica poste nei lati maggiori, gira senza alcuno scuotimento intorno una linea orizzontale un'altro telajo minore, ed all'estremità di questo gira similmente il terzo telajo, ed ultimo, che porta un ferro il quale incide per mezzo di due moti di rotazione, che gli permettono di descrivere una linea retta sull'istrumento da dividersi.

Il ferro potrebbe gravarsi di un peso per incidere uniformemente, come viene indicato nell'opera del Duca di Chaulnes, ove si osserva che non può, senza essere affilato, eseguire più di 2880 segni, e ciò purchè si carichi di peso gradatamente per ripassare più volte sopra ogni divisione. Se si ponesse il peso tutto in una volta, il ferro insinuandosi troppo profondamente nel metallo sarebbe soggetto a sgranarsi, e saltare.

Per evitare la necessità di affilarlo, il che potrebbe indurre un errore nella sua posizione, e per dividere con maggior prontezza un circolo, potrebbero situarsi, per esempio 6 graffietti in luogo di un solo per segnare 6 divisioni ad ogni posizione della piattaforma. Per si-

tuare a giuste distanze i medesimi, vi ponga l' artista una correzione con le viti, e li situi prossimamente a 60 gradi l'uno dall'altro. Allora con uno di essi accenni leggermente 6 divisioni minutissime di 60° in 60° sul circolo da graduarsi, movendo al solito la piattaforma. È chiaro che i graffietti dovranno corrispondere ciascuno ad una divisione, per essere bene situati, e vi si condurranno con le viti, e col microscopio.

L'artista prenderà altresì le precauzioni opportune per non alterare la temperatura d'alcuna parte del cerchio che divide, nè della piattaforma.

Compita, con quanto si è finora accennato l'esposizione del proposto metodo, vediamo ne le proprietà principali.

1. Il cerchio primitivo che si divide può considerarsi come un Istrumento graduato sopra una piattaforma grandissima di un miglio di raggio, se ad un miglio si osservano gli oggetti col canocchiale: da questi si partono le visuali che vanno al centro dell'Istrumento, e che intersecandone la circonferenza determinano i punti ove dee farsi la graduazione. Segue da ciò che si avrà eguale esattezza per la posizione di questi punti, tanto graduando un circolo dei più grandi che possano eseguirsi, quanto un cerchio, comunque piccolo, purchè venga ad ambedue adattato un canocchiale d'eguale lunghezza, e forza per ingrandire. Negli altri

metodi quanto è maggiore il cerchio, o piattaforma, tanto lo è pure la precisione, poichè o si divida per mezzo di compassi, o di viti, o di microscopj, si opera sempre percorrendo la circonferenza, dimodochè un'errore che possa commettersi è tanto meno dannoso, quanto è più piccolo in faccia alla circonferenza medesima; ma nel presente metodo, il moto del canocchiale essendo angolare intorno al centro del circolo, la lunghezza del raggio di questo, non influisce in modo alcuno sulla precisione dei punti indicati. Quindi nel metodo istesso niuna altra sorgente rimane che apporti diversa esattezza fra la divisione dei cerchj di maggiore, e di minor raggio, che l'estilissima larghezza delle incisioni, la quale negli ultimi comprende archetti d'un maggior numero di minuti secondi, o di terzi.

2. Se non si abbia in pronto una piattaforma, o non convenga di costruirla, potrà dividersi un Cerchio Repetitore anche più esattamente senza di quella, applicanduvi il processo usato per graduare la medesima. E qualora si prescelga questo metodo di dividere i Cerchj Repetitori, sarà pure applicabile rapporto alla loro esattezza in diverse dimensioni, ciò che abbiamo adesso veduto in proposito delle Piattaforme di raggi diversi. Ed oltre al vantaggio notabile di risparmiare la costruzione di queste ultime Macchine, mediante la sostituzione

di soli 6 segnali, situati permanentemente in posti adattati, dee pure considerarsi che si eviteranno le difficoltà eccessive di *centrare* i Circoli sopra piccole Piattaforme. Infatti quando la Piattaforma sia rappresentata dalla circonferenza d'un miglio di raggio da cui si partono le visuali, vi si centreranno i circoli per mezzo d'un filo a piombo che corrisponda nel vertice dell'angolo formato dalle visuali medesime, e questa facile operazione darà un'esattezza più che sufficiente, attesa la grandezza del raggio. È finalmente visibile che non avranno più luogo gli errori provenienti dal trasportare sopra i circoli la divisione delle piattaforme. In ogni modo sembrando all'artista che questo metodo riesca più laborioso, resta in suo arbitrio l'attenersi a quello che crederà più opportuno.

3. Ponendo che alla distanza d'un miglio, con un buon Telescopio acromatico, si osservino con distinzione degli stili verticali isolati, di poco più di 3,5 linee di diametro, vedremo che tal dimensione equivalendo ad archi di $1''$, limiterà parimente a $1''$ incirca il massimo spostamento delle divisioni dal luogo vero, purchè si esamini senza errore la coincidenza dei segni z, e o della piattaforma. D'altronde questo spostamento medesimo, che in una gran piattaforma, anche di 4, 5 piedi di diametro, equivale a 0,001 di linea, essendo insensibile ai compassi, e alle viti, è chiaro che difficilmen-

te si potrebbe ottenere dall'uso di queste una divisione tanto precisa.

4. Il proposto metodo di dividere ha dei rapporti con quello incognito del Sig. Reichembach, talchè sembra che possano sperarsene dei vantaggi consimili.

Nei resultati addotti di sopra (pag. 11.) in prova dell'esattezza dei circoli di detto Autore e sopra tutto mirabile che dopo poche repetizioni si giunga alla permanenza dell'angolo, dimodochè resti inutile l'accrescere il numero di esse, tale essendo l'esattezza della divisione, che il processo matematico di Mayer da un certo punto in poi, più non vale a scoprirvi, o correggervi errori. Questa permanenza istessa resulta pure dal metodo proposto, dopo poche repetizioni. Infatti essendo in questo la graduazione prima che incisa, verificata dal Costruttore, mediante la repetizione degli angoli, è chiaro che l'osservatore nell'adoprare in seguito l'Istrumento, troverà che la divisione soddisfà al metodo di repetizione, verificando egli con il processo di Mayer una divisione, che è stata già eseguita dal Costruttore con il processo medesimo. Egli giungerà dunque ben presto alla permanenza della lettura dell'angolo. In tanto poi non vi giunge fino dalla prima repetizione, in quanto che gli errori dei movimenti, e delle parti dell'Istrumento, quelli di lettura, e quelli che saranno stati commessi quan-

do si voglia attenersi al metodo di trasportare le divisioni dalla Piattaforma sopra del Cerchio, non meno che la difficoltà di dirigere il Canocchiale ai medesimi punti, fanno variare alquanto le circostanze in ogni osservazione dell'angolo, ed esigono un certo numero di repetizioni prima di renderlo permanente. Questo stato di permanenza si ottiene appena sono distrutti i suddetti errori, il che ordinariamente nei cerchj repetitori di Reichembach accade dopo le 8 repetizioni. Ed ecco perchè conviene sempre adoprare il metodo di correzione di Mayer anche per la divisione eseguita con esso; accaderà però allora che questo resti ben presto inutile, e tanto più presto quanto più perfetta sarà l'esecuzione di tutte le parti dell'Istrumento.

Il Sig. Reichembach ha consigliato oltre al fare poche repetizioni con i suoi circoli, di limitarsi a una sola osservazione con cerchj fissi, quasi che la loro esattezza supplisca al metodo di repetizione di Mayer. Da questa avvertenza pure, data dal suddetto celebre Autore potrebbe dedursi che sussiste una certa analogia fra il suo metodo, e quello sopra descritto. La precisione che con questo otterrà nel suo cerchio l'artista, facendo repetizioni accurate sopra segnali i più idonei sì per la giusta distanza che per la chiarezza, ed in uno stato d'atmosfera scelto a suo arbitrio, sarà maggiore di quella cui può giungere ordinariamente l'osservatore nelle sue re-

petizioni. Da ciò pertanto apparisce che in strumenti così eseguiti possono bastare poche repetizioni, o anche una sola osservazione.

Adesso chiaramente si scorge che il mezzo più appropriato per rilevare il massimo profitto dalla invenzione di Mayer, è che il costruttore piuttosto che l'astronomo ne segua con somma delicatezza i principj, poiche le divisioni messe dal primo, servono a fissare permanentemente nel cerchio gli archi resultanti da repetizioni eseguite nel miglior modo una volta per sempre e ad esimere l'osservatore dalla necessità di rinnuovare questo metodo ogni volta che fa l'osservazione d un angolo.

Nota indicata alla pag. 20.

È stato da taluno creduto che il metodo esposto dipenda essenzialmente dal situare in punti convenienti i sei segnali P' (*pag.* 21) destinati a dividere la piattaforma, e che i tentativi necessarj a tale operazione sieno per troppa difficoltà impraticabili.

Esporremo pertanto in questa nota con delle particolarità che si credevano inutili, come possano in primo luogo situarsi i segnali indicati: e secondariamente, giacche i fondamenti del proposto metodo sono affatto indipendenti dalla situazione dei segnali, indicheremo come il medesimo sia applicabile alla graduazione

della piattaforma, senza bisogno di collocare neppure un segnale. In questa guisa i principj del metodo istesso potranno ridursi o nell'uno, o nell'altro modo alla pratica, secondo che nelle diverse circostanze sembrerà più conveniente all'artista.

1. Abbiamo già veduto che i tentativi consistono nel situare 6 segnali in maniera che conducendo da ognun di questi, e da un corrispettivo punto fisso due visuali al centro d'un circolo da dividersi, si abbiano 6 angoli determinati, per ottenere la divisione del medesimo in 4320 parti.

Prima di mostrare che tali tentativi non sono tanto difficili quanto possono a prima vista apparire, sarà bene il vedere come siano di fatto indispensabili i tentativi nelle macchine da dividere, e come da essi ritragga essenzial fondamento la massima precisione, giacchè i metodi puramente geometrici esattissimi in teoria, non riescono in pratica, attese molte circostanze che si oppongono alla loro esecuzione precisa, e dalle quali in essi vien fatta astrazione.

Riconobbero i più abili artisti quali errori si commettessero nel porre in pratica i metodi indicati, e specialmente in un gran numero di dipendenti operazioni, e rinunziarono fino dalle prime divisioni dei Quadranti ad uno dei più semplici problemi di Geometria, quale è quello della bisezione d'un arco, sostituendovi un me-

todo approssimativo, ma per l'esecuzione molto più esatto. Nè la massima perfezione si ottenne che quando in luogo di determinare un arco di cercata grandezza con costruzioni geometriche, fu immaginato di prenderlo in principio prossimamente, e di usar quindi una riprova che mostrasse se fosse maggiore, o minor del giusto. Formandosi con essa dei limiti in più, ed in meno fra i quali restava compreso l'arco cercato, e potendo i medesimi accostarsi ad arbitrio fra loro fino a non essere più differenti, nascevano dei tentativi da farsi, ma si otteneva nel modo più certo la massima precisione. Su questo principio si vedono fondati tutti i metodi conosciuti di Passement, Chaulnes, Ramsden, Schenk, non meno che quello di Troughton per quanto può rilevarsi dalla descrizione indicata a *pag.* 8, e su questo debbono fondarsi tutti gli altri che potessero immaginarsi. Lungi dunque dall'escludere dei tentativi che sono il fondamento dell'esattezza, conviene soltanto rivolgersi a perfezionare il metodo di riprova, ancorchè i tentativi vi riuscissero più difficili, come praticarono i prelodati Autori, facendo astrazione dal tempo che i suddetti esigevano, e ciò tanto più giustamente, in quanto che erano operazioni eseguite una volta per sempre.

Esaminiamo adesso come possano situarsi i sei segnali indicati di sopra, e per fissarsi a un

esempio, sia da trovarsi il primo angolo di 90 gradi per dividere la piattaforma.

Si diriga prima il canocchiale ad un punto, e quindi si volga in modo che il cerchio su cui è fissato faccia un moto angolare di 90 gradi da misurarsi con un compasso sulla circonferenza del cerchio medesimo. Suppongo che il massimo errore di tal misura in più, o in meno, sia un mezzo grado; questo alla distanza d'un miglio dal circolo alla quale dee situarsi il segnale (a) equivale a 44 piedi circa. Esaminato ove corrisponda il filo del canocchiale medesimo, si faccia ivi situare il primo segnale qui sotto indicato (a). Allora col metodo di repetizione si esamini se l'angolo e maggiore, o minor di 90°, e in un modo convenuto si avvisi il regolatore del segnale se questo debba portarsi a destra, o a sinistra. Il regolatore, notato il punto di projezione del segoale, lo trasporti dalla parte accennatagli immediatamente per lo spazio di 44 piedi, e noti la seconda projezione. Cadra

(a) Questo segnale destinato pei primi tentativi consiste in un'asta della larghezza di 5.5 linee, che portata sopra tre piedi mobili può situarsi in una posizione verticale per mezzo di un filo a piombo, il quale da pure la projezione dell'asta sopra una linea orizzontale.

L'altro segnale destinato a fissarsi permanentemente, consisterà in 6 piccole aste verticali della larghezza precedente connesse insieme in maniera che ogni distanza d'un asta all'altra sia linee 7.

circolo interno, in quella posizione che sarà necessaria onde faccia prossimamente coll'altro canocchiale un angolo dato. Quindi potrà ottenersi precisamente questo angolo, dando con viti finissime un lento movimento al nuovo Canocchiale sopra il sistema che lo sostiene, e che è già fissato sul circolo interno. Se si divida, senza la piattaforma, un cerchio repetitore con questo apparato, e nel modo da esporsi, sarà possibile, appena compita la divisione, di togliere il Canocchiale aggiunto, che resterebbe inutile sull' Istrumento

Fissi pertanto l' osservatore i due Canocchiali in maniera, che dirigendo il primo, e quindi il secondo ad un medesimo punto, il cerchio interno faccia incirca il moto angolare cercato, come per esempio 60 gradi. Rinnovi l' operazione con il metodo di ripetere, finche il movimento angolare, o arco di circa 60.° sia riportato 6 volte sulla circonferenza del cerchio esterno, ed esamini allora se questa rimanga maggiore, o minore della somma dei 6 archi.

Riuscirà a renderla eguale con ripetuti tentativi, variando col moto lento l'angolo dei due Canocchiali, ed allora dividerà al solito l' Istrumento.